Voir le corrigé

Une entreprise possède 50 ordinateurs.
La probabilités qu'un ordinateur tombe en panne est de $0,01$.
On suppose que le fonctionnement d'un ordinateur est indépendant des autres.

1. Calculer la probabilité qu'aucun ordinateur ne tombe en panne.

2. Calculer la probabilité que 5 ordinateurs soient en panne.

3. Calculer la probabilité de l'événement E :« au moins un ordinateur est en panne ».

4. On note X la variable aléatoire donnant le nombre d'ordinateurs en panne parmi les 50 disponibles.

a) Que signifie $p(X = 3)$?
Calculer ensuite $p(X = 3)$

b) Calculer $p(X \leq 3)$. Interpréter ce résultat.

c) Calculer $E(X)$.
Interpréter ce résultat.

Voir le texte de l'exercice

Une entreprise possède 50 ordinateurs.
La probabilités qu'un ordinateur tombe en panne est de $0,01$.
On suppose que le fonctionnement d'un ordinateur est indépendant des autres.

☛ **Solution**:

Rédaction pour tout l'exercice :
On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'ordinateurs en panne.
On a alors $X = \{0; 1; 2.........; 49; 50\}$

On considère l'épreuve de Bernouilli qui consiste à prendre un ordinateur au hasard parmi les 50 ordinateurs de l'entreprise et ayant les issues possibles S :« l'ordinateur est en panne »et $E = \overline{S}$: « l'ordinateur n'est pas en panne ».

On a $p(S) = 0,01$ et $p(E) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Ces ordinateurs étant indépendants les uns des autres, la loi de probabilité de X suit la loi binomiale de paramètres 50 et 0,01 notée aussi $B(50; 0,01)$.

1. Calculer la probabilité qu'aucun ordinateur ne tombe en panne.

☛ **Solution**:

On veut calculer $p(X = 0)$:

$p(X = 0) = \binom{50}{0} \times 0,01^0 \times 0,99^{50} = 0,99^{50} \simeq 0,605$

2. Calculer la probabilité que 5 ordinateurs soient en panne.

☛ **Solution**:

On veut calculer $p(X = 5)$:

$p(X = 5) = \binom{50}{5} \times 0,01^5 \times 0,99^{50-5} = 2118760 \times 0,01^5 \times 0,99^{45} \simeq 0,000128$

3. Calculer la probabilité de l'événement E :« au moins un ordinateur est en panne ».

☛ **Solution**:

L'événement E :« au moins un ordinateur est en panne »est le contraire de l'événement F :« Aucun ordinateur n'est en panne »c'est à dire tous fonctionnent.

$p(E) = p(\overline{F}) = 1 - p(F) = 1 - 0,99^{50} \simeq 0,395$

4. On note X la variable aléatoire donnant le nombre d'ordinateurs en panne parmi les 50 disponibles.

a) Que signifie $p(X = 3)$?

☛ **Solution**:

C'est la **probabilité** que 3 ordinateurs sur les 50 soient en panne.

Calculer ensuite $p(X = 3)$

☛ **Solution**:

$p(X = 3) = \binom{50}{3} \times 0,01^3 \times 0,99^{50-3} = 19600 \times 0,01^3 \times 0,99^{47} \simeq 0,0122$

b) Calculer $p(X \leq 3)$.

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned} p(X \leq 3) &= p(X=0)+p(X=1)+p(X=2)+p(X=3) \\ &= 0,99^{50}+0,01\times 0,99^{4}9+\binom{50}{2}\times 0,01^{2}\times 0,99^{48}+\binom{50}{3}\times 0,01^{3}\times 0,99^{47} \\ &= 0,99^{50}+0,01\times 0,99^{4}9+1225\times 0,01^{2}\times 0,99^{48}+19600\times 0,01^{3}\times 0,99^{47} \\ &\simeq 0,699 \end{aligned}$$

Interpréter ce résultat.

☛ **Solution**:

La probabilité que 3 ordinateurs au maximum soient en panne est de 0,7 environ
ou bien encore la probabilité que au moins 47 ordinateurs fonctionnent est de 0,7 environ.

c) Calculer $E(X)$.

☛ **Solution**:

$E(X) = 50 \times 0,01 = 0,5$

Interpréter ce résultat.

☛ **Solution**:

En moyenne, il y aura 0,5 ordinateurs en panne dans l'entreprise.